BÖLÜM 3

KARAKTER DİZGİLERİ, BAĞINTILAR, FONKSİYONLAR

Karakter Dizgileri

[redacted]

- **Tanım 3.1.1** Bir X kümesi üzerinde bir ***karakter dizgisi*** (string) X kümesindeki öğelerden oluşan bir sonlu dizidir.

- Hiç bir öğesi olmayan bir karakter dizgisine ***boş karakter dizgisi*** (null string) denir ve l ile gösterilir.

- Bir X kümesi üzerinde tanımlı tüm karakter dizgilerinin kümesi X^* ile gösterilir.

- Bir karakter dizgisinin **uzunluğu** o karakter dizgisi içinde yer alan öğelerin sayısıdır. Bu bir a karakter dizgisi için |a| ile gösterilir.

- Eğer a ve b iki karakter dizgi ise, a karakter dizgisini b karakter dizgisiyle takip eden yeni karakter dizgisine a ve b karakter dizgilerinin ***birbiri ardına eklenmesi*** (concatenation) denir ve bu ab ile gösterilir.

[redacted]

- **Tanım 3.1.6:** Bir α karakter dizgisi için $\alpha=\gamma\beta\delta$ olacak şekilde bir β karakter dizgisi mevcutsa, β karakter dizgisine α karakter dizgisinin ***altdizgisi*** denir

[redacted]

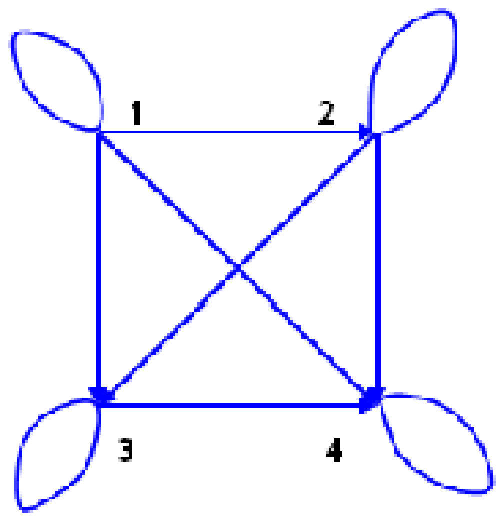
Bağıntılar

[redacted]

- **Tanım 3.2.1** Bir X kümesinden diğer bir Y kümesine bir R ikili (binary) **bağıntısı** XxY kartezyen çarpımının altkümesidir.
- Eğer $(x,y) \in R$ ise,bu xRy şeklinde yazılır. x öğesi R bağıntısıyla y öğesiyle **bağıntılıdır** denir.
- $\{x \in X \mid$ bazı $y \in Y$ ‘ler için $(x,y) \in R\}$ kümesine R bağıntısının **tanım kümesi**
- $\{y \in Y \mid$ bazı $x \in X$ ‘ler için $(x,y \in R\}$ kümesine de R bağıntısının **değer kümesi** denir.

[redacted]

- Bir küme üzerinde tanımlı bir bağıntının resmine o bağıntının **yönlü çizgesi** (digraph) denir.



- **Tanım 3.2.3:** Bir X kümesi üzerinde tanımlı bir bağıntı R olsun. Eğer $(x,y) \in R$ olduğunda $(y,x) \in R$ oluyorsa bu R bağıntısına bir **simetrik bağıntıdır** denir.

- **Tanım 3.2.4:** Bir X kümesi üzerinde tanımlı bir bağıntı R olsun. Eğer her $x \in X$ için $(x,x) \in R$ ise, R bağıntısına **yansımalı bağıntıdır** denir.

[redacted]

- **Tanım 3.2.5:** Bir X kümesi üzerinde tanımlı bir bağıntı R olsun. Eğer her $x,y \in X$ için $(x,y) \in R$ ve $x \neq y$ olduğunda $(y,x) \in R$ ise, R bağıntısına **antisimetrik bağıntıdır** denir.

[redacted]

- **Tanım 3.2.6:** Bir X kümesi üzerinde tanımlı bir bağıntı R olsun. Eğer her $x,y,z \in X$ için $(x,y) \in R$ ve $(y,z) \in R$ olduğunda $(x,z) \in R$ oluyorsa R bağıntısına bir **geçişmeli bağıntıdır** (transitive) denir.
- **Tanım 3.2.7:** Bir X kümesi üzerinde tanımlı bir bağıntı R olsun. Eğer bu R bağıntısı yansımalı, antisimetrik ve geçişmeli ise, R bağıntısına bir **kısmi sıralama bağıntısı** denir.

[redacted]

- Bir X kümesi üzerinde tanımlı bir kısmi sıralama bağıntısı R olsun. Eğer $x,y \in X$ ve ya $x \leq y$ ya da $y \leq x$ ise, bu durumda x ve y elemanlarına **karşılaştırılabilirdir** denir. Eğer $x,y \in X$ ve $x \nleq y$ ve $y \nleq x$ ise, x ve y elemanlarına **karşılaştırılamazdırlar** denir.
- Eğer X kümesinden alınan her eleman çifti karşılaştırılabilir ise, bu durumda R bağıntısına **tam sıralı bağıntıdır** denir.

[redacted]

- **Tanım 3.2.9:** Bir X kümesinden bir Y kümesine bir bağıntı R olsun.

$$R^{-1} := \{(y,x) \mid (x,y) \in R\}$$

ile tanımlanan Y kümesinden X kümesine bağıntısına R bağıntısının **ters bağıntısı** denir ve R^{-1} ile gösterilir.

[redacted]

- **Tanım 3.2.10:** Bir X kümesinden bir Y kümesine bir bağıntı R_1 ve Y kümesinden bir Z kümesine bir bağıntı R_2 olsun

  $R_2 o R_1 := \{(x,z) |$ bazı $y \in Y$ ‘ler için $(x,y) \in R_1$ ve $(y,z) \in R_2\}$

  ile tanımlanan X ‘den Z’ ye olan bağıntıya R_1 ve R_2 bağıntılarının **bileşke bağıntısı** denir ve $R_2 o R_1$ ile gösterilir.

[redacted]

- **Teorem 3.2.11:** Bir X kümesinin bir parçalanması **S** olsun. Bazı S∈**S** ‘ler için hem x hem de y, S kümesine aitse xRy yazalım. Bu durumda yukarıdaki gibi tanımlanan R bağıntısı yansımalı, simetrik ve geçişmelidir.
- **Tanım 3.2.13:** Bir X kümesi üzerinde tanımlı bir yansımalı, simetrik ve geçişmeli bağıntıya bir **denklik bağıntısı** denir.

- **Teorem 3.2.15:** Bir X kümesi üzerinde tanımlı bir denklik bağıntısı R olsun. Her bir $a \in X$ için

  $$[a]=\{x \in X \mid xRa\}$$

  kümesini alalım. Bu durumda

  $$S=\{[a] \mid a \in X\}$$

  kümesi X kümesinin bir parçalanmasıdır.

[redacted]

- **Tanım 3.2.16:** Bir X kümesi üzerinde tanımlı bir denklik bağıntısı R olsun. Her bir $a \in X$ için

$$[a]=\{x \in X | xRa\}$$

kümesine R bağıntısı ile verilen X kümesinin **denklik sınıfları** denir.

- **Teorem 3.2.18:** Bir X sonlu kümesi üzerinde tanımlı bir denklik bağıntısı R olsun. Eğer her bir denklik sınıfı r sayıda elemana sahipse, bu durumda $|X|/r$ sayıda denklik sınıfı vardır.

[redacted]

Fonksiyonlar

[redacted]

- **Tanım 3.3.2:** x bir negatif olmayan tamsayı ve y bir pozitif tamsayı olsun. x ‘in y ile bölümünden kalan değer “x **mod** y” ile gösterilir ve buna **ölçken işlemi** (modulus operatörü) denir.

- **Örnek 3.3.3:** Bir *International Standart Book Number* (ISBN) araları bir çizgi ile ayrılmış 10 karakterlik bir kod'tur.
- Örneğin

  978-1-59448-950-1

  gibi.

  ISBN kodu beş adet parçadan oluşur.

  1. parça 978 'dir,
  2. parça grup kodudur,
  3. parça yayınevi kodu,
  4. parça kitabı tanımlayan kod
  5. parça kontrol karakteridir.

  Kontrol karakteri ISBN kodunun geçerliliği için kullanılır.

- **Örnek 3.3.5:** Bilgisayarlar sıklıkla rasgele durumları benzetirler. Örneğin, bir oyun programı zar atma işlemi benzetilebilir.
- Bu tür programlar rasgele sayı üretirler. Bu sayılara ***sözde-rasgele*** (***pseudorandom***) sayılar denir.
- Sözde-rasgele sayılar üretmek için kullanılan yöntemlerden biri uyumluluk yöntemidir.
- Bu yöntem dört adet tamsayı kullanır:
  1. m modulu,
  2. a çarpanı, $2 \leq a < m$
  3. c artma değeri $0 \leq c < m$
  4. s toğumlama değeri $0 \leq s < m$
- Eğer $x_0 = s$ alırsak, sözde-rasgele sayıları

$$x_n = (ax_{n-1} + c) \bmod m$$

ile verilir.

[redacted]

- **Tanım 3.3.6:** Bir x gerçel sayısının **floor** değeri $\lfloor x \rfloor$ ile gösterilir ve bu x sayısına eşit ya da ondan küçük olan ilk tamsayıdır. Bir x sayısının **ceiling** değeri $\lceil x \rceil$ ile gösterilir ve bu x sayısına eşit ya da ondan büyük olan ilk tamsayıdır.

- **Örnek 3.3.7**

1. $\lfloor 8.3 \rfloor =$
2. $\lfloor -8.7 \rfloor =$
3. $\lfloor 6 \rfloor =$
4. $\lceil 9.1 \rceil =$
5. $\lceil -11.3 \rceil =$
6. $\lceil -8 \rceil =$